Program celoživotního učení

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Hodnocení vlastností materiálů podle ČSN EN 1990, přílohy D

Miroslav Sýkora
Kloknerův ústav, ČVUT v Praze

1. Úvod
2. Kvantil náhodné veličiny
3. Hodnocení jedné veličiny
4. Hodnocení modelu
5. Příklady

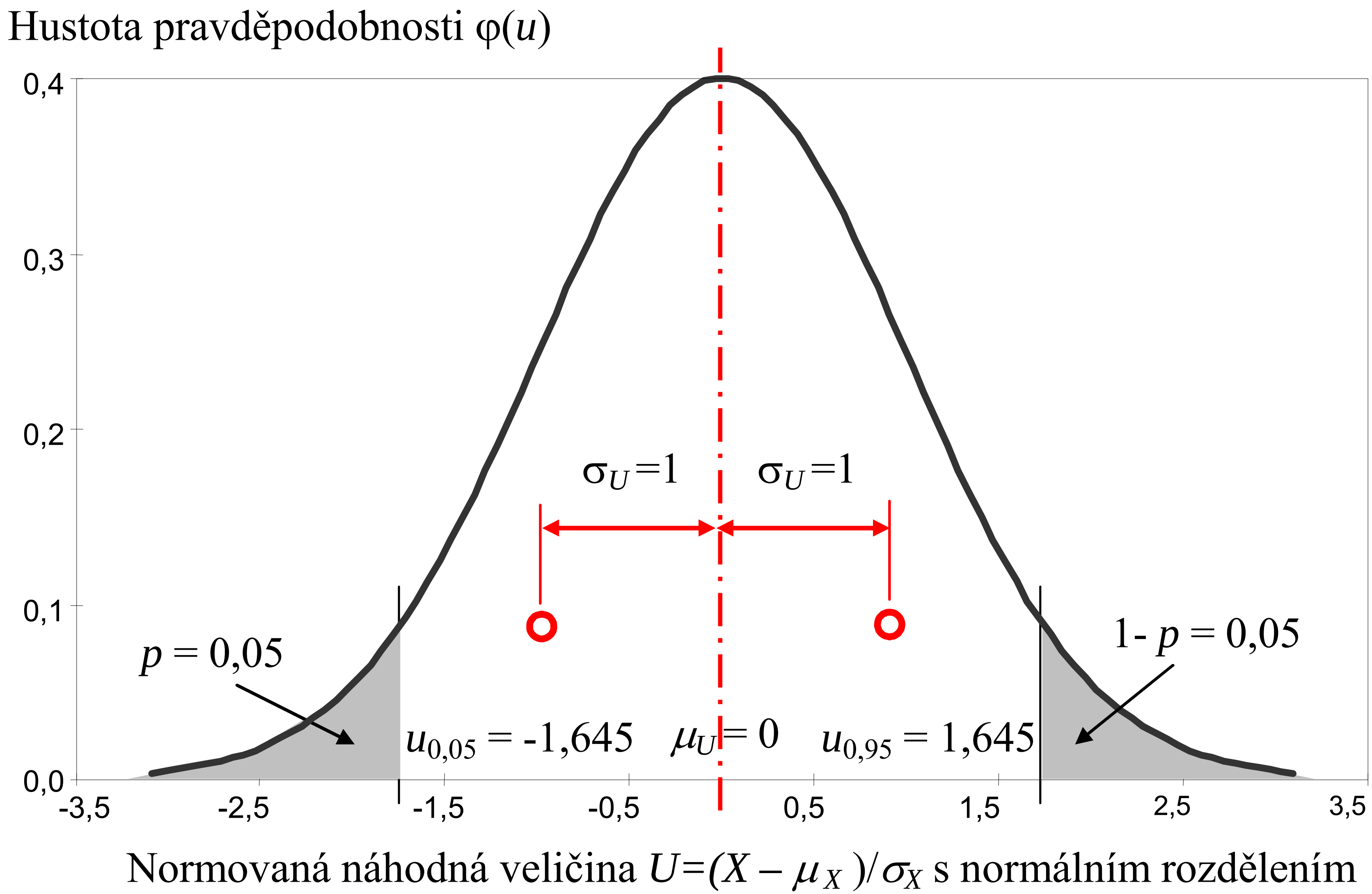
Obsah přílohy D

- D.1 Rozsah platnosti
- D.2 Značky
- D.3 Druhy zkoušek
- D.4 Plánování zkoušek
- **D.5 Odvození návrhových hodnot**
- **D.6 Obecné zásady statistického hodnocení**
- **D.7 Stanovení jedné nezávislé vlastnosti (pevnosti)**
- **D.8 Stanovení modelů odolnosti (zkoušky prvků)**

Obecné zásady statistického hodnocení

- Zkoušky jedné nezávislá vlastnost, např. pevnosti, modulu pružnosti:
  - velmi malý počet zkoušek ($n < 6$) - statistické postupy se obtížně aplikují, je možné využít předchozí informace (např. o variabilitě) – oddíl D.7, nebo Bayesovské postupy podle ISO 2394
  - větší počet zkoušek ($n \geq 6$) – běžné statistické postupy popřípadě doplněné předchozími informacemi – oddíl D.7
- Zkoušky celého prvku, pro který je k dispozici teoretický model – oddíl D.8.

Dolní a horní kvantil teoretického modelu



Kvantil teoretického modelu

$$x_p = \mu + u_p\,\sigma = \mu\,(1 + u_p\,V)$$

Kvantil u_p normované náhodné veličiny s normálním rozdělením.

p	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	0,001	0,010	0,050	0,100	0,200	0,500
u_p	-5,199	-4,753	-4,265	-3,719	-3,091	-2,327	-1,645	-1,282	-0,841	0,000

Kvantil u_p normované náhodné veličiny s lognormální rozdělení.

	Pravděpodobnosti p												
α	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,05	0,10	0,20	0,50	0,80	0,90	0,95	0,99	$1\text{-}10^{-3}$	$1\text{-}10^{-4}$
-1,0	-6,40	-4,70	-3,03	-1,85	-1,32	-0,74	0,15	0,84	1,13	1,34	1,68	1,99	2,19
0,0	-3,72	-3,09	-2,33	-1,65	-1,28	-0,84	0,00	0,84	1,28	1,65	2,33	3,09	3,72
1,0	-2,19	-1,99	-1,68	-1,34	-1,13	-0,84	-0,15	0.74	1,32	1,85	3,03	4,70	6,40

Kvantil lognormálního rozdělení

$$x_p = \frac{\mu}{\sqrt{1+V^2}} \exp\left(u_p \sqrt{\ln(1+V^2)} \right)$$

$$x_p \cong \mu \exp\left(u_p \times V\right)$$

Kvantil Gumbelova rozdělení

$$x_p = x_{\text{mod}} - \frac{1}{c} \ln(-\ln(p)) \cong \mu - (0{,}45 + 0{,}78 \ln(-\ln(p)))\,\sigma$$

Návrhové hodnoty ze souboru x_i ,i=1, n

- $m_X = (\sum x_i)/n$, $s_X = \sum (x_i - m_X)^2/(n-1)$, $V_X = s_X/m_X$

1. Charakteristická hodnota $X_{\mathrm{k}(n)}$ se dělí **dílčím součinitelem** (popř. násobí převodním součinitelem)

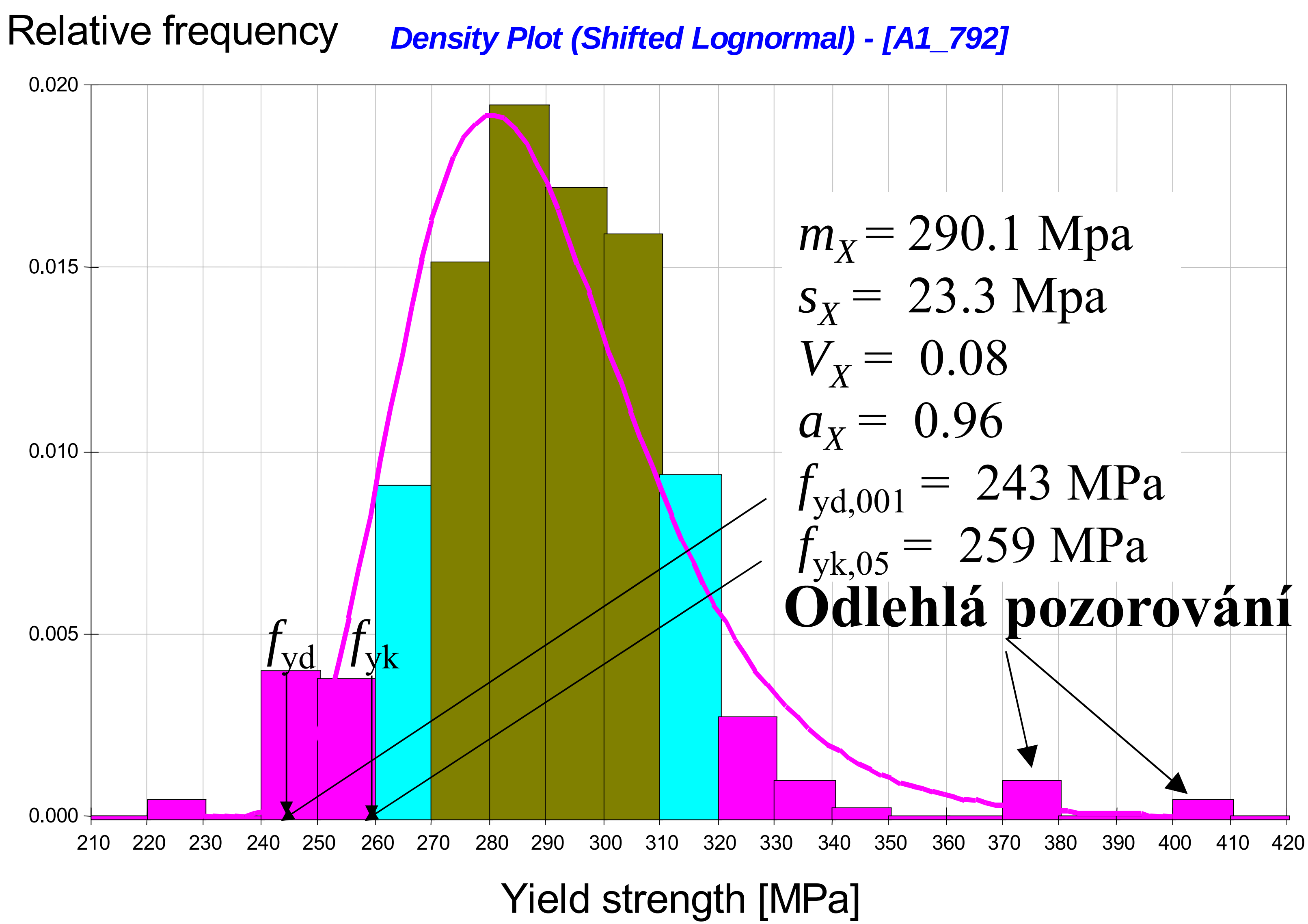
$$X_{\mathrm{k}(n)} = \eta_{\mathrm{d}}\, m_X\, \{1 - k_n V_X\}$$

$$X_{\mathrm{d}} = \frac{X_{\mathrm{k(n)}}}{\gamma_{\mathrm{m}}} = \frac{\eta_{\mathrm{d}}}{\gamma_{\mathrm{m}}}\, m_X\, \{1 - k_n V_X\}$$

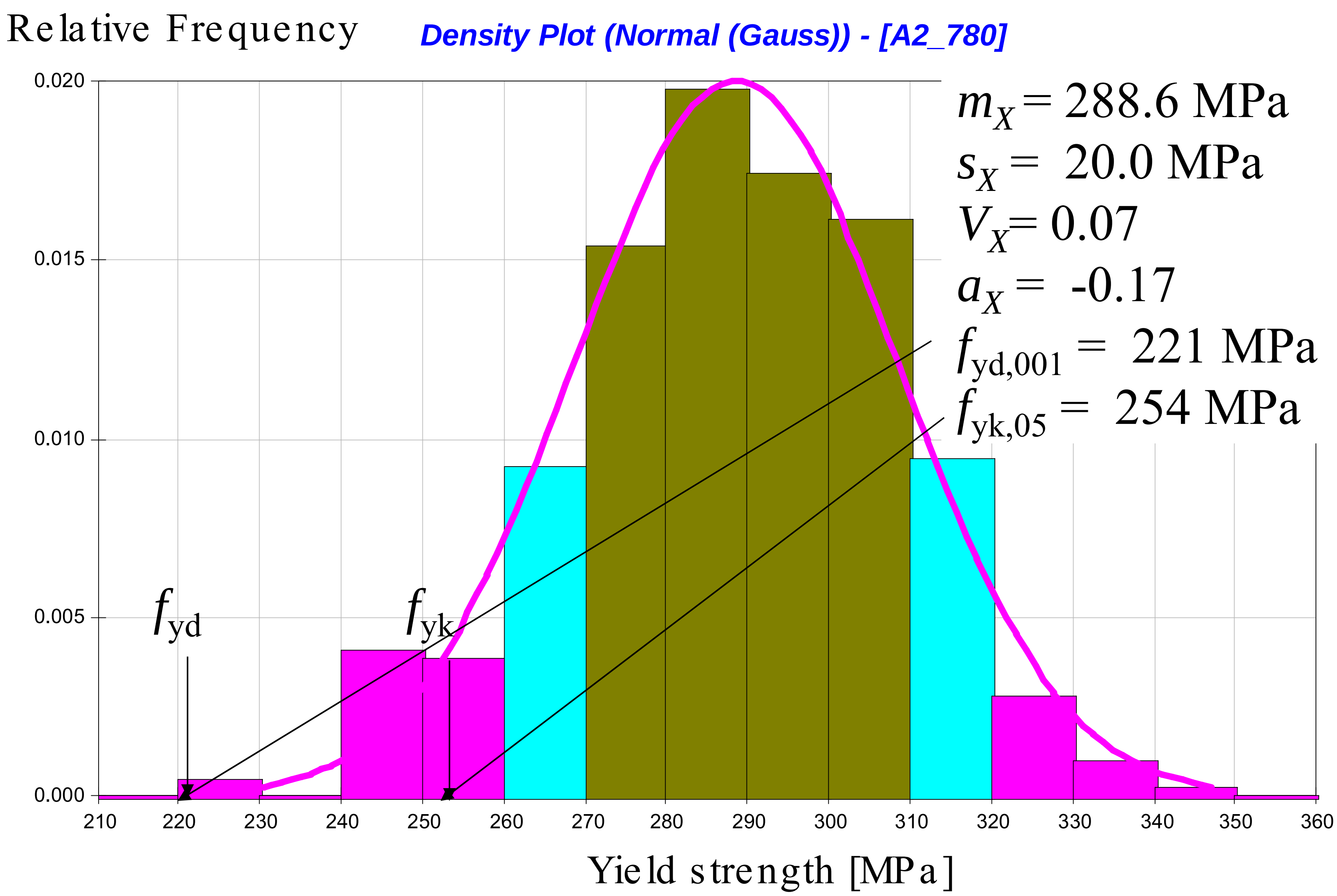
2. **Návrhová hodnota** se stanoví **přímo**, s implicitním nebo explicitním uvážením konverze výsledků a požadované spolehlivosti

$$X_{\mathrm{d}} = \eta_{\mathrm{d}}\, m_X\, (1 - k_{\mathrm{d},n}\, V_X)$$

Mez kluzu pro S 235 – 792 měření



Mez kluzu pro S 235 – 780 měření



Odhad kvantilu ze souboru

Základní metody

Pokryvná metoda: $x_{p,\mathrm{cover}}$ - konfidence γ:

$$P\{x_{\mathrm{p,cover}} < x_p\} = \gamma$$

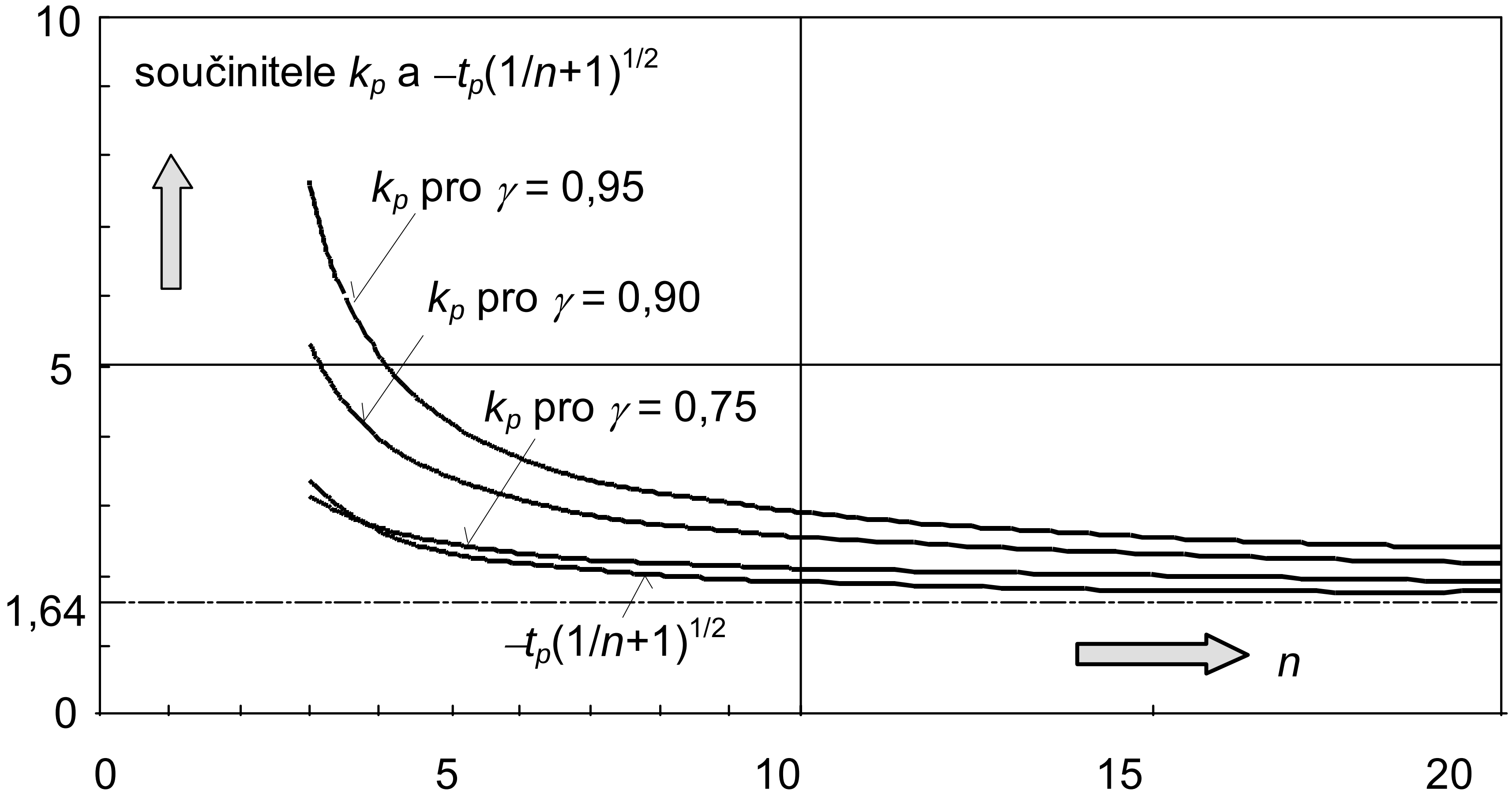
Předpovědní metoda: $x_{p,pred}$ - pravděpodobnost p výskytu příští hodnoty $x_{\mathrm{n+1}}$:

$$P\{x_{\mathrm{n+1}} < x_{p,pred}\} = p$$

Bayesovský přístup: kombinace pozorovaných dat (s průměrem *m* a směrodatnou odchylkou *s*) a předchozích dat (*m*´, *s*´), pro kterou se stanoví charakteristiky (*m*´´, *s*´´) - pak pokryvná nebo předpovědní metoda

Vliv konfidence

Součinitele k_p a $-t_p(1/n+1)^{1/2}$ pro normální rozdělení a různé konfidence γ



Předpovědní metoda

Soubor: x_i, n, m, s, (σ)

$$P(x_{n+1} < x_{p,\,\mathrm{pred}}) = p$$

Známé σ

$$x_{p,\mathrm{pred}} = m + u_p\,(1/n + 1)^{1/2}\,\sigma$$

Neznámé σ - uvažuje se odhad s

$$x_{p,\mathrm{pred}} = m + t_p\,(1/n + 1)^{1/2}\,s$$

Odhad kvantilů podle Eurokódů

Odpovídá přibližně konfidenci $\gamma = 0,75$

Součinitele k_n pro 5% charakteristickou hodnotu .

Součinitel	Rozsah souboru n 1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
$-u_p(1/n+1)^{1/2}$, σ známé	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
$-t_p(1/n+1)^{1/2}$, σ neznámé	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

. Součinitele k_n pro návrhovou hodnotu x_d dominantní veličiny, $P(X < x_d) = 0,001$.

Součinitel	Rozsah souboru n 1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
$-u_p(1/n+1)^{1/2}$, σ známé	4,36	3,77	3,56	3,44	3,37	3,33	3,27	3,23	3,16	3,13	3,09
$-t_p(1/n+1)^{1/2}$, σ neznámé	-	-	-	11,4	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,09

Příklad odhadu kvantilu

BETON: $n = 5$, $m = 29{,}2$ MPa, $s = 4{,}6$ MPa

Pokryvná metoda

Pro $\gamma = 0{,}75$: $$x_{p,\mathrm{cover}} = 29{,}2 - 2{,}46 \times 4{,}6 = 17{,}9 \text{ MPa}$$

Pro $\gamma = 0{,}95$: $$x_{p,\mathrm{cover}} = 29{,}2 - 4{,}20 \times 4{,}6 = 9{,}9 \text{ MPa}$$

Předpovědní metoda

$$x_{p,\mathrm{pred}} = 29{,}2 - 2{,}33 \times 4{,}6 = 18{,}5 \text{ MPa}$$

Závěrečné poznámky

- Při hodnocení zkoušek nejdříve ověřit výsledky na základě **grafického znázornění**
- Vyloučit chyby a **odlehlá pozorování**
- Materiálové vlastnosti se zpravidla popisují normálním nebo **lognormálním rozdělením** ($V > 0{,}15$)
- Porovnat kriticky nepřímé (prostřednictvím charakteristické hodnoty) a přímé **stanovení návrhové hodnoty**
- Prověřit **předchozí informace** (např. variabilitu, rozdělení) a využívat je obezřetně
- **Bayesovský postup** aplikovat po kritickém ověření apriorních informací

Literatura: HOLICKÝ, M. – MARKOVÁ, J. Základy teorie spolehlivosti a hodnocení rizik. ČVUT v Praze, 2005

HOLICKÝ, M., JUNG, K. & SÝKORA, M. Stanovení charakteristické pevnosti konstrukcí z betonu na základě zkoušek; In: Stavebnictví, číslo 03/2009, 2009, pp. 53-57